

[Time: 3 Hours]

Sem-III Diploma Exam 2023 (Odd)
(Common Branch) (Theory)
Applied Mathematics (2000301)

[Max. Marks: 70]

- All questions are compulsory. (सभी प्रश्न अनिवार्य हैं।)
- Marks are mentioned on the right side of each question. (अंक सभी प्रश्न के दाईं ओर अंकित किये हैं।)

Group (A) (ग्रुप -ए)

Q.1 Choose the most suitable answer from the following options.
(सर्वाधिक उपर्युक्त विकल्प को चुनकर लिखें) :-

(1*20=20)

- i.** The general form of differential equation is $\frac{dy}{dx} + Py = Q$ then I.F. =
 (अवकल समीकरण का सामान्य रूप $\frac{dy}{dx} + Py = Q$ है तो I.F. =)
- (a) e^{Px} (b) $e^{\int P dx}$ (c) e^x (d) None of these (इनमें से कोई नहीं)
- ii.** If $y = \log x + x$, then $\frac{dy}{dx}$ is
 (यदि $y = \log x + x$, तो $\frac{dy}{dx}$ है)
- (a) $\frac{x+1}{x}$ (b) $\frac{x-1}{x}$ (c) $\frac{x+1}{2x}$ (d) None of these (इनमें से कोई नहीं)
- iii.** The order of differential equation $\left(\frac{d^3y}{dx^3}\right)^4 + \left(\frac{dy}{dx}\right)^{12} + y = 0$ is
 (अवकल समीकरण $\left(\frac{d^3y}{dx^3}\right)^4 + \left(\frac{dy}{dx}\right)^{12} + y = 0$ का कोटि है)
- (a) 4 (b) 3 (c) 12 (d) None of these (इनमें से कोई नहीं)
- iv.** If $Mx + Ny \neq 0$ then I.F. is
 (यदि $Mx + Ny \neq 0$ तो I.F. है)
- (a) $Mx + Ny$ (b) $Mx - Ny$ (c) $1/(Mx + Ny)$ (d) None of these (इनमें से कोई नहीं)
- v.** Laplace transformation of 1 is
 (1 का लाप्लास रूपांतरण है)
- (a) s (b) $\frac{1}{s}$ (c) $\frac{1}{s+1}$ (d) None of these (इनमें से कोई नहीं)
- vi.** What is the Regula-Falsi method also known as?
 (रेगुला-फाल्सी मेथड को और किस नाम से जाना जाता है?)
- (a) Secant method (सेकेंट विधि) (b) Tangent method (स्पशरिखा विधि) (c) Quadratic method (द्विघात विधि) (d) None of these (इनमें से कोई नहीं)
- vii.** For a given function $f(t)$, $L[f'(t)]$ is
 (किसी दिए गए फलन के लिए $f(t)$, $L[f'(t)]$ है)
- (a) $f(0)$ (b) $sf(s)$ (c) $sf(s) - f(0)$ (d) None of these (इनमें से कोई नहीं)

viii. In the Bisection method, what is the condition for convergence?

(बाइसेक्शन मेथड में, संघटन के लिए क्या शर्त है?)

- (a) $f(a) * f(b) > 0$ (b) $f(a) * f(b) < 0$ (c) $f(a) * f(b) = 0$ (d) None of these (इनमें से कोई नहीं)

ix. When Gauss elimination method is applicable? (गॉस उन्मूलन विधि कब लागू होती?)

- (a) When the linear system of equations has a solution. (जब सिस्टम के पास अद्वितीय समाधान हों)
(b) When the system is quadratic (जब सिस्टम द्विघात है)
(c) When quadratic system of equations is inconsistent (जब द्विघात सिस्टम असंगत हो)
(d) None of these (इनमें से कोई नहीं)

x. What is the Fourier series expansion property for odd functions?

(विषम फलनों के लिए फूरियर श्रृंखला विस्तार गुण क्या है?)

- (a) Only cosine terms (केवल cosine पद) (b) Only sine terms (केवल sine पद) (c) Both cosine and sine terms (cosine और sine दोनों पद) (d) None of these (इनमें से कोई नहीं)

xi. What property is used to find the inverse Laplace transform of a product in the frequency domain?

(फ्रीक्वेंसी डोमेन में किसी उत्पाद के व्युत्क्रम लाप्लास परिवर्तन को खोजने के लिए किस गुण का उपयोग किया जाता है?)

- (a) Linearity (रैखिकता) (b) First shifting (पहली शिफ्टिंग) (c) Convolution theorem (कनवल्शन प्रमेय) (d) None of these (इनमें से कोई नहीं)

xii. The value of integral $\int_a^a f(x)dx$ is

($\int_a^a f(x)dx$ का मान है)

- (a) 1 (b) -1 (c) 0 (d) None of these (इनमें से कोई नहीं)

xiii. The value of integral $\int_{-1}^1 x^{17} \cos^4 x dx$ is

($\int_{-1}^1 x^{17} \cos^4 x dx$ का मान है)

- (a) 1 (b) 0 (c) 2 (d) None of these (इनमें से कोई नहीं)

xiv. The Fourier series of $f(x) = x^2$ will contain

(फूरियर श्रृंखला में $f(x) = x^2$ शामिल होगा)

- (a) Cosine terms only (केवल Cosine पद) (b) Sine terms only (केवल Sine पद) (c) Both Cosine and Sine terms (Cosine और Sine दोनों पद) (d) None of these (इनमें से कोई नहीं)

xv. The root of equation $x^3 - 2x - 5 = 0$ lies between

(समीकरण $x^3 - 2x - 5 = 0$ का मूल स्थित है)

- (a) 0 and 1 (0 और 1) (b) 1 and 2 (1 और 2) (c) 2 and 3 (2 और 3) (d) None of these (इनमें से कोई नहीं)

xvi. The integration of $\int_{-1}^1 |x| dx$ is

($\int_{-1}^1 |x| dx$ का समाकलन है)

- (a) 0 (b) -1 (c) 1 (d) None of these (इनमें से कोई नहीं)

xvii. Which of the following method is used to solve system of linear equations?

(रैखिक समीकरणों की प्रणाली को हल करने के लिए निम्नलिखित में से किस विधि का उपयोग किया जाता है?)

- (a) Bisection Method (द्विभाजन विधि) (b) Gauss Elimination method (गॉस उन्मूलन विधि) (c) Secant Method (सेकेंट विधि) (d) None of these (इनमें से कोई नहीं)

xviii. Which method is not an iterative method?

(कौन सी विधि पुनरावर्ती विधि नहीं है?)

- (a) Gauss Seidal method (गॉस सीडल विधि) (b) Gauss elimination method (गॉस उन्मूलन विधि) (c) Gauss Jacobi method (गॉस जैकोबी विधि) (d) None of these (इनमें से कोई नहीं)

xix. What is the first shifting property of Laplace transform?

(लाप्लास परिवर्तन की पहली स्थानांतरण संपत्ति क्या है?)

- (a) $L(e^{at} f(t)) = F(s-a)$ (b) $L(e^{at} f(t)) = F(s)$ (c) $L(e^{at} f(t)) = F(s+a)$ (d) None of these (इनमें से कोई नहीं)

xx. What does the linearity property of Laplace transform state?

(लापलेस ट्रांसफॉर्म का रेखांकन गुणसूत्र क्या कहता है?)

- (a) $L[a \cdot f(t) + b \cdot g(t)] = a \cdot L[f(t)] + b \cdot L[g(t)]$ (c) $L[a \cdot f(t) + b \cdot g(t)] = L[a] \cdot L[f(t)] + L[b] \cdot L[g(t)]$
(b) $L[a \cdot f(t) + b \cdot g(t)] = L[a \cdot f(t)] \cdot L[b \cdot g(t)]$ (d) None of these (इनमें से कोई नहीं)

Group (B) (ग्रुप -बी)

Q.2 Integrate $\int x^2 \cos 2x dx$.

4

(समाकलन करें $\int x^2 \cos 2x dx$.)

OR (अथवा)

Integrate $\int_0^{\pi/2} \frac{dx}{\sin x + \cos x}$.

4

(समाकलन करें $\int_0^{\pi/2} \frac{dx}{\sin x + \cos x}$.)

Q.3 Find the Laplace transform of $t^2 \cos 3t$

4

($t^2 \cos 3t$ का लाप्लास रूपांतरण ज्ञात कीजिए)

OR (अथवा)

Evaluate: $\int \frac{x^2 \sin^{-1} x}{(1-x^2)^{3/2}} dx$

4

(हल करें $\int \frac{x^2 \sin^{-1} x}{(1-x^2)^{3/2}} dx$.)

Q.4 Find the general solution of the differential equation $\sin^{-1} \left(\frac{dy}{dx} \right) = x + y$

4

(अवकल समीकरण $\sin^{-1} \left(\frac{dy}{dx} \right) = x + y$ का सामान्य हल ज्ञात कीजिये)

OR (अथवा)

Using convolution theorem, find the inverse Laplace transform of the function $\frac{1}{(s+a)(s+b)}$.

4

(कन्वोल्यूशन प्रमेय का उपयोग करके, फलन $\frac{1}{(s+a)(s+b)}$ के व्युत्क्रम लाप्लास रूपांतरण ज्ञात कीजिये।)

Q.5 Verify that the function $y + x + 1 = 0$ is a solution of differential equation **4**

$$(y - x)dy - (y^2 - x^2)dx = 0$$

(सत्यापित करें कि फलन $y + x + 1 = 0$ अवकल समीकरण $(y - x)dy - (y^2 - x^2)dx = 0$ का एक हल है।)

OR (अथवा)

Evaluate: $\int \frac{dx}{\sqrt{a^2 - x^2}}$

4

(हल करें: $\int \frac{dx}{\sqrt{a^2 - x^2}}$)

Q.6 Find the root of the equation $x^3 - 9x + 1 = 0$ using Newton Raphson method upto three iteration. **4**

(न्यूटन रैफ्सन विधि का उपयोग करके समीकरण $x^3 - 9x + 1 = 0$ का मूल तीन पुनरावृत्ति तक ज्ञात कीजिए।)

OR (अथवा)

Form the differential equation corresponding to $y = ax + 2a^2 + a^3$ by eliminating arbitrary constant a . **4**
(स्वेच्छिक स्थिरांक a को समाप्त करके $y = ax + 2a^2 + a^3$ अवकल समीकरण बनाएं।)

Group (C) (ग्रुप -सी)

Q.7 Solve the following differential equation: **6**

$$2\sin x \frac{dy}{dx} - y \cos x = e^x.$$

(निम्नलिखित अवकल समीकरण को हल करें:

$$2\sin x \frac{dy}{dx} - y \cos x = e^x)$$

OR (अथवा)

Evaluate $\int_0^{\pi/2} (2 \log \sin x - \log \sin 2x) dx$

6

(हल करें $\int_0^{\pi/2} (2 \log \sin x - \log \sin 2x) dx$)

Q.8 Using Laplace transform method, solve $\frac{d^2 y}{dt^2} + \frac{dy}{dt} - 2y = \sin t$ if $y(0) = 0, y'(0) = 0$ at $t=0$. **6**

(लाप्लास ट्रांसफॉर्म विधि का उपयोग करके $\frac{d^2 y}{dt^2} + \frac{dy}{dt} - 2y = \sin t$, $y(0) = 0, y'(0) = 0$, $t=0$ पर हल करें।)

OR (अथवा)

Find the area of the region bounded by the curve $y = x^2 - 6x + 5$, x -axis and the lines $x = 2, x = 4$. **6**
(वक्र $y = x^2 - 6x + 5$, x -अक्ष और रेखाओं $x = 2, x = 4$ से घिरे क्षेत्र का क्षेत्रफल ज्ञात कीजिये।)

Q.9 Solve the following system of equations by Jacobi's method. (Up to three iterations only)

6

$$15x + 2y + z = 18$$

$$2x + 20y - 3z = 19$$

$$3x - 6y + 25z = 22$$

(जैकोबी की विधि द्वारा निम्नलिखित समीकरणों को हल करें. (केवल तीन पुनरावृत्ति तक)

$$15x + 2y + z = 18$$

$$2x + 20y - 3z = 19$$

$$3x - 6y + 25z = 22$$

OR (अथवा)

Find the root of $x^2 - x - 1 = 0$ by using Regula-Falsi Method upto third iteration.

6

(रेगुला- फाल्सी विधि का उपयोग करके तीन पुनरावृत्ति तक $x^2 - x - 1 = 0$ मूल ज्ञात कीजिए।)

Q.10 Obtain the Fourier series for function $f(x) = e^{ax}$ in $-\pi \leq x \leq \pi$

6

(फलन $f(x) = e^{ax}$, $-\pi \leq x \leq \pi$ के लिए फूरियर श्रृंखला प्राप्त करें।)

OR (अथवा)

If the temperature of a body is changing from 100°C to 70°C in 15 minutes, find when the temperature will be 40°C , if the temperature of air is 30°C .

6

(यदि किसी वस्तु का तापमान 15 मिनट में 100°C से 70°C हो रहा है, तो ज्ञात कीजिए कि तापमान कब 40°C होगा, यदि हवा का तापमान 30°C है।)

Q.11 Find the half range sine series for $f(x) = \sin \frac{\pi x}{1}$ in the region $0 \leq x \leq 1$

6

(क्षेत्र $0 \leq x \leq 1$ में $f(x) = \sin \frac{\pi x}{1}$ के लिए अर्ध श्रेणी ज्या श्रृंखला ढूंढें।)

OR (अथवा)

Find the inverse Laplace transformation of $\frac{1}{s(s^2 + 4)}$.

6

($\frac{1}{s(s^2 + 4)}$ का व्युत्क्रम लाप्लास रूपांतरण ज्ञात कीजिये।)

-----*****-----